

Le barman aveugle

Ce document a été préparé par Roger Mansuy pour la journée d'animation du jeudi 7 novembre 2019 à l'atelier mathématique du collège Henri Becquerel à Avoine.

I Description

Considérons quatre verres disposés en carré sur une table ronde. Un barman essaie de retourner les verres de sorte à les mettre tous dans la même orientation (c'est-à-dire tous vers le haut ou tous vers le bas).

Problèmes :

- il est aveugle donc ne peut pas voir l'orientation des verres;
- il est muni de gants de boxe donc ne peut pas déterminer au toucher l'orientation des verres;
- il est affublé d'un voisin taquin qui peut après chaque manipulation sur les verres tourner la table d'un quart, d'un demi ou d'un trois-quart de tour (ou ne pas la tourner).

Il va essayer quand même de mettre tous dans la même orientation.

Seul point positif pour lui, son voisin lui indique si les verres partagent tous la même orientation.

II Solution

Le barman aveugle propose la solution suivante où l'on continue tant que le voisin n'indique pas l'objectif atteint :

1. retourner deux verres disposés selon une diagonale
2. retourner deux verres disposés sur un même côté
3. retourner deux verres disposés selon une diagonale
4. retourner un verre
5. retourner deux verres disposés selon une diagonale
6. retourner deux verres disposés sur un même côté
7. retourner deux verres disposés selon une diagonale

Exercice 1.1

Tester sa solution à plusieurs reprises.

III Explication

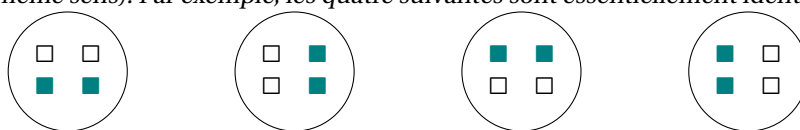
III.1 Configurations des verres

Exercice 1.2

Énumérer et dessiner les différentes dispositions des verres en carré.

Exercice 1.3

Justifier qu'avec les deux orientations et le voisin, il n'y a que quatre dispositions réellement différentes (dont une où les verres sont tous dans le même sens). Par exemple, les quatre suivantes sont essentiellement identiques :

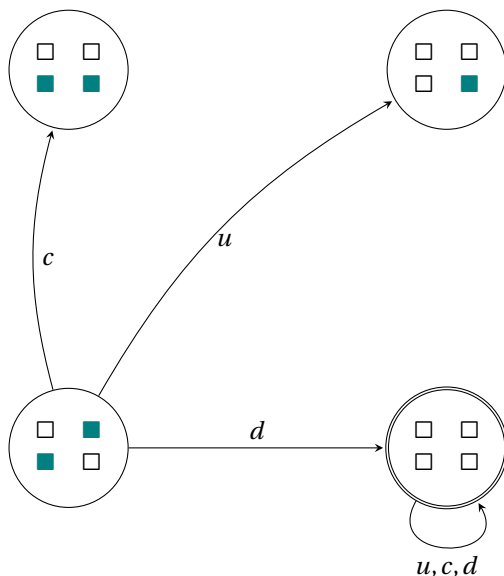


III.2 Automate des verres

Le jeu peut alors être représenté par un « automate » avec

- des « états » qui sont les différentes configurations,
- des transitions étiquetées par u , d , c (qui désignent le retournement d'un verre, de deux verres disposés selon une diagonale et de deux verres disposés sur le même côté du carré respectivement) qui indiquent le passage d'un état à un autre.

Voici le début de l'automate où l'on a marqué les transitions depuis les états en bas (l'état en bas à droite étant celui de la fin du jeu, on a indiqué que les transitions ne faisaient plus changer d'état) :



Exercice 1.4

Compléter cet automate.

Exercice 1.5

Expliquer comment suivre une stratégie donnée de retournement des verres sur cet automate.

La stratégie du barman se traduit par la proposition suivante.

Proposition 1

La stratégie $dcdudcd$ synchronise l'automate (en anglais, on dit que ce mot est un *reset word* de l'automate) dans l'état en bas à droite.

IV Quelques variantes

Exercice 1.6

Considérons trois verres alignés sur une table ronde. Que peut faire un barman aveugle avec des gants de boxe muni d'un voisin taquin qui peut après chaque manipulation sur les verres tourner la table d'un demi-tour?

Exercice 1.7

Reprendre l'exercice précédent avec trois verres disposés en triangle.